



Undervisningsplanering i Matematik

Kurs D (100 poäng)

Kurskod: MA1203

Styrdokument:

Kursplan i matematik med betygskriterier.

Läromedel:

Matematik 3000 N&K.

Lån för studerande upp till 20 år

De studerande som är över 20 år köper själva böcker.

Räknare:

TI 83 plus, grafritande räknare.

De studerande köper själva sina räknare.

INNEHÅLL

Kursinnehåll enligt skolverket	sid 2
Betygskriterier för nivån godkänd och väl godkänd enligt skolverket	sid 3
Kursinnehåll med exempel på betygskrav inom	
Trigonometri	sid 4
Differential och integralkalkyl	sid 6
Matematikkursens syfte, karaktär och struktur enligt Skolverket.	sid 10
Säkerställa likvärdig bedömning	sid 11

Matematik D bygger vidare på Matematik C och innehåller trigonometri och differential- och integralkalkyl. Kursen utgör lämplig grund för fortsatta studier inom såväl beteendevetenskap, ekonomi och samhällsvetenskap som inom naturvetenskapliga och tekniska utbildningar. Den studerande utvecklar under eget ansvar sin förmåga att i en större uppgift självständigt arbeta med en problemställning i matematik. Kursen är gemensam på naturvetenskapsprogrammet.

Mål

Efter genomgången kurs skall den studerande

- kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser
- kunna använda enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp, visa trigonometriska samband och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer samt kunna utnyttja dessa vid problemlösning
- kunna rita grafer till trigonometriska funktioner samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp
- kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck och lösa trigonometriska ekvationer
- kunna beräkna sidor och vinklar i en godtycklig triangel
- kunna förklara deriveringsreglerna och själv i några fall kunna härleda dem för trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner, produkt och kvot av funktioner samt kunna tillämpa dessa regler vid problemlösning
- kunna använda andraderivatan i olika tillämpade sammanhang
- kunna förklara och använda tankegången bakom någon metod för numerisk ekvationslösning samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara
- kunna förklara innebörden av begreppet differentialekvation och kunna ge exempel på några enkla differentialekvationer och redovisa problemsituationer där de kan uppstå
- kunna bestämma primitiva funktioner och använda dessa vid tillämpad problemlösning
- kunna förklara innebörden av begreppet integral och klargöra sambandet mellan integral och derivata samt kunna ställa upp, tolka och använda integraler i olika typer av grundläggande tillämpningar
- kunna redogöra för tankegången bakom och kunna använda någon metod för numerisk integration samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara för att beräkna integraler
- under eget ansvar analysera, genomföra och redovisa, muntligt och skriftligt, en något mer omfattande uppgift där kunskaper från olika områden av matematiken används.

BETYGSKRITERIER.

Kriterier för betyget Godkänd

Den studerande använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.

Den studerande genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.

Den studerande använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.

Den studerande skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

Den studerande använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.

Den studerande deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.

Den studerande gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.

Den studerande använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.

Den studerande visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.

Den studerande ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

Den studerande formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.

Den studerande analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.

Den studerande deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.

Den studerande värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.

Den studerande redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

TRIGONOMETRI

Följande moment behandlas

Triangelsatserna. (Area-, sinus- och cosinus-satsen)

Trigonometriska formler och ekvationer.

Trigonometriska kurvor.

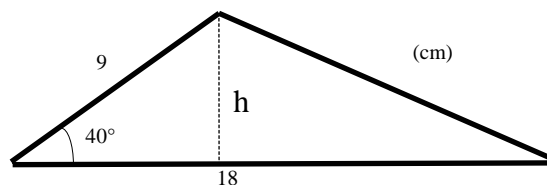
(se även området Differential och integralkalkyl)

Triangelsatserna

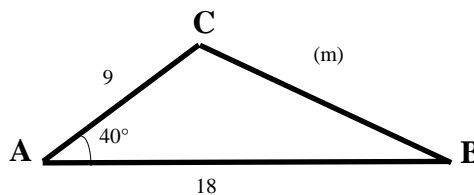
Den studerande skall kunna beräkna sidor och vinklar (solvera) godtyckliga trianglar.

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för GODKÄND nivå:

- Beräkna arean av triangeln.

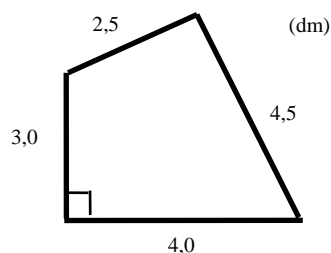


- Beräkna sidan BC samt vinklarna B och C för triangeln.



Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för VÄL GODKÄND nivå:

- Beräkna fyrhörningens area.



Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för MYCKET VÄL GODKÄND nivå:

- I triangeln ABC är vinkeln A dubbelt så stor som vinkeln B. För längderna av sidorna gäller att $AC:AB = 4:5$.

Bestäm triangelns vinklar med en decimal.

Trigonometriska formler och ekvationer.

Den studerande skall förstå hur enhetscirkeln används för att visa trigonometriska samband och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer.

Den studerande skall kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck och lösa trigonometriska ekvationer.

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för GODKÄND nivå:

- Ange med en decimal samtliga lösningar till följande ekvationer:

a. $\cos x = 0,351$

b. $\cos x = -0,682$

c. $\sin x = 0,351$

d. $\sin x = -0,682$

e. $\cos(x + 51,0^\circ) = 0,700$

f. $\sin(x - 51,0^\circ) = 0,700$

- Uttryck $\cos^2 x - \cos x \cdot \sin^2 x$ i $\cos x$.

- Förenkla $\cos(x - 13^\circ) - \cos(x + 13^\circ)$

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för VÄL GODKÄND nivå:

- Lös följande ekvationer:

a. $\cos 3x = -\cos x$

b. $\cos 2x = -\cos x$

c. $\sin x = \cos x$

d. $\sin x > 0,6$

e. $-\frac{1}{4} < \sin x < \frac{1}{4}$

- Utnyttja att $\cos(180^\circ - x) = -\cos x$ och att $\sin(180^\circ - x) = \sin x$

- Visa att:

$$\frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{\tan x}{1 - \tan^2 x}$$

- Uttryck $\sin 3x$ i $\sin x$.

Trigonometriska kurvor.

Den studerande skall kunna rita grafer till trigonometriska funktioner av typen $y = A \cdot \sin(Bx + V) + C$ samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp. Använda grafritande räknare för att rita grafer och utnyttja dessa.

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för GODKÄND nivå:

- Rita följande kurvor i samma koordinatsystem.

Bestäm perioden och amplituden.

a. $y = \sin 2x$

b. $y = 1,5 \sin 2x$

c. $y = \sin(x - 30^\circ)$

d. $y = 2 + 3 \sin x$

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för VÄL GODKÄND nivå:

- Bestäm konstanterna a och b så att funktionen $y = a - b \sin(4x + 50^\circ)$ får minsta värdet -3 och största värdet 12

DIFFERENTIAL OCH INTEGRALKALKYL

Följande moment behandlas

Radianbegreppet och trigonometriska funktioners derivator.

Produkt- och kvotderivator.

Differentialekvationer.

Primitiva funktioner, integraler.

Numerisk ekvationslösning, derivering och integration.

Radianbegreppet och trigonometriska funktioners derivator.

Den studerande skall kunna härleda eller numeriskt motivera deriveringsreglerna för trigonometriska funktioner samt för sammansatta funktioner.

Den studerande skall förstå och använda radianer i samband med derivering av trigonometriska funktioner.

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för GODKÄND nivå:

- Bestäm derivatan till
 - a) $y = \sin x$
 - b) $y = \cos 2x$
 - c) $y = \sin x + \cos x$
- Beräkna $f'(x)$ då $f(x) = \sin 4x$

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för VÄL GODKÄND nivå:

- Härled derivatan $f'(x)$ till funktionen $f(x) = \sin x$
- Bestäm derivatan till
 - a) $f(x) = \sin(3x + v)$
 - b) $f(x) = \sin(x^2)$
- Bestäm konstanten a så att funktionen $y = \cos 2x$ satisfierar differentialekvationen $y' + ay = 4\cos 2x - 2\sin 2x$

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för MYCKET VÄL GODKÄND nivå:

- Bestäm $f'(\pi/2)$ då $f(x) = \sin^2 2x$

Produkt- och kvotderivator.

Den studerande skall kunna härleda och tillämpa formlerna för derivatan av produkt och kvot mellan funktioner.

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för GODKÄND nivå:

- Bestäm $f'(x)$ då

a) $f(x) = x \cdot \sin x$

b) $f(x) = x \cdot \cos x$

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för VÄL GODKÄND nivå:

- Visa att $y = (x-2) \cdot \sin x + (x+2) \cdot \cos x$ satisfierar $y'' - y = 2 \cos x - 2 \sin x$

- Bestäm $f'(x)$ då a) $f(x) = \frac{2x}{\sin x}$ b) $f(x) = \tan 2x$ c) $f(x) = 2x \cdot \sin 2x$

Differentialekvationer.

Den studerande skall känna till begreppet differentialekvation och kunna avgöra om en föreslagen funktion är en lösning till en given ekvation.

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för GODKÄND nivå:

- Visa att $y = 5 \cdot e^{-2x}$ är en lösning till differentialekvationen $y' + 2y = 0$.

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för VÄL GODKÄND nivå:

- Visa att differentialekvationen $y'' - 3y' + 2y = e^x$ har lösningen $y = -xe^x$.

Primitiva funktioner, integraler.

Den studerande skall kunna bestämma primitiva funktioner och använda dessa vid tillämpad problemlösning.

Den studerande skall förstå innebörden av begreppet integral och inse sambandet mellan integral och derivata samt kunna ställa upp, tolka och använda integraler vid areaberäkningar samt några andra tillämpningar.

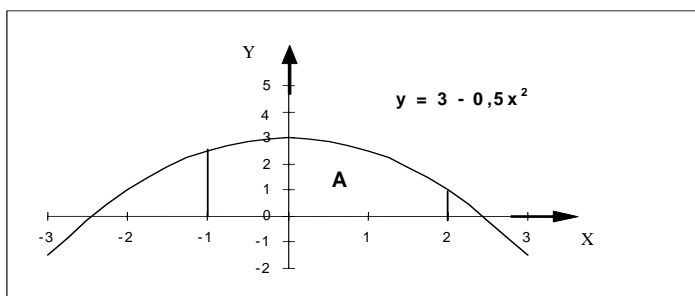
Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för GODKÄND nivå:

- Bestäm samtliga primitiva funktioner till $f(x) = x^2 + 4x^3 - 8$

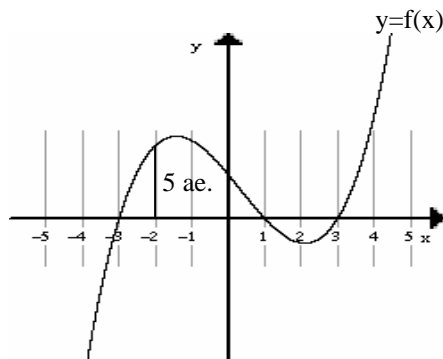
- Bestäm den primitiva funktion till $f(x) = 4x - x^2$ som uppfyller villkoret $F(1) = 0$.

- Bestäm den primitiva funktionen $F(x)$ till $f(x) = 2\sin 2x$ som uppfyller villkoret $F(0) = 2$

- Teckna med hjälp av integral arean av området A.



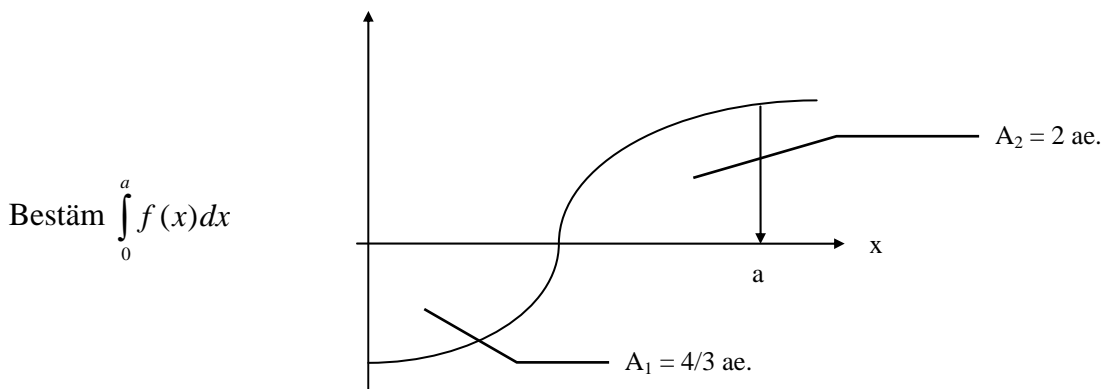
- Den inneslutnaarean i figuren mellan x-axel, y-axel och $x = -2$ är 5 ae.
- $F(x)$ är en primitiv funktion till $f(x)$.
- $F(-2) = 3$. Vad är $F(0)$?



Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för VÄL GODKÄND nivå:

- En hiss rör sig så att dess acceleration v' i m/s^2 varierar enligt ekvationen:
 $v' = 2,0 \cdot \sin 0,40 t$ där t är tiden i s.
 Beräkna hissens största hastighet om $v(0) = 0$
- Vatten pumpas in i en tank med hastigheten $g(t)$ liter/ minut där t är tiden i minuter.
 Tanken är tom från början. Tolka i ord:

$$\int_0^{30} g(t) dt = 3500$$
- Kurvan $y = 3x - x^2$ har maximipunkten A. Tangenten i A träffar y-axeln i B.
 Ett område inneslutes av kurvan, y-axeln och sträckan AB.
 Beräkna områdets area
- Se figuren nedan. A_1 är arean mellan x-axeln, y-axeln och kurvan $y = f(x)$.
 A_2 är arean mellan x-axeln, linjen $x = a$ och kurvan $y = f(x)$.



Numerisk ekvationslösning, derivering och integration.

Den studerande skall förstå tankegången bakom några numeriska metoder för ekvationslösning och vid problemlösning kunna använda befintlig grafisk/numerisk programvara för dator och miniräknare.

Den studerande skall förstå tankegången bakom några metoder för numerisk integration och vid problemlösning kunna använda befintlig numerisk programvara för integralberäkning på dator och miniräknare

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för GODKÄND nivå:

- Lös ekvationen $x^3 - 2x - 7 = 0$ med hjälp av Newton-Rapsons metod.

- Bestäm så noga du kan samtliga rötter till:

a) $x = 2 \cos x$ b) $x^2 = \sin x$

med hjälp av grafitande räknaren.

- Beräkna $\int_0^{\pi} (x^2 \sin^2 2x) dx$ med miniräknare. Svara med tre värdesiffror

Exempel på uppgifter som motsvarar betygskraven för VÄL GODKÄND nivå:

- Funktionen $f(x)$ definieras genom nedanstående tabell:

x	1	2	3	4	5
y	76	58	66	84	88

Beräkna $\int_0^5 f(x) dx$ numeriskt

a) Med medelvärde av en översumma och en undersumma.

b) Med trapetsformeln.

MATEMATIKÄMNETS SYFTE, KARAKTÄR OCH STRUKTUR

SYFTE

Matematik är ett nödvändigt verktyg såväl för andra ämnen inom den gymnasiala utbildningen som för ett flertal ämnesområden inom eftergymnasiala studier.

Matematikundervisningen syftar till att ge eleverna tilltro till det egna tänkandet samt till den egna förmågan att lära sig matematik och använda matematik i olika situationer. Undervisningen skall utveckla elevernas nyfikenhet, öppenhet, analytiska förmåga, kreativitet och ihärdighet vid matematisk problemlösning samt förmåga att generalisera, abstrahera och estetiskt fullända lösningar och resultat.

Undervisningen skall sträva efter att eleverna skall få uppleva tillfredsställelsen i att behärska matematiska begrepp och metoder, i att upptäcka mönster och samband och i att lösa problem samt lära sig använda och inse värdet av matematikens symboler och uttryckssätt. Väsentligt är att eleverna lär sig förstå och föra matematiska resonemang, skapa och använda matematiska modeller och kritiskt granska deras förutsättningar, möjligheter och begränsningar samt lär sig redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt.

Eleverna skall få förståelse för att matematiken har sitt historiska ursprung i många äldre kulturer och få inblickar i hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas samt lära sig att med förtrogenhet och omdöme använda sig av miniräknare och datorer som matematiska verktyg.

KARAKTÄR OCH STRUKTUR

Matematik är ett sätt att undersöka och strukturera teoretiska och praktiska problem. Matematik är också ett sätt att tänka med inslag av både intuition och logik. Matematik handlar om att kunna formulera hypoteser, undersöka dem och dra slutsatser samt att kunna övertyga andra om giltigheten i ett resonemang. I den matematiska bevisföringen preciseras några få egenskaper som är intuitivt naturliga och utifrån dessa härleds sedan andra egenskaper och samband.

Matematik är också ett språk som genom sina symboler gör det möjligt att kort och precist uttrycka och logiskt bearbeta komplicerade idéer och påståenden.

Tillgången till nya tekniska hjälpmedel förändrar delvis matematikens innehåll och metoder. Många rutinoperationer, främst av numerisk och grafisk karaktär, kan nu utföras av miniräknare och datorer. Inriktning mot förståelse, analys av hela lösningsprocedurer och kritisk granskning av resultatet samt förmåga att dra slutsatser blir viktigare än isolerad färdighetsträning.

I en kreativ matematisk problemlösningsprocess berikar olika metoder varandra. Inom matematikämnet utnyttjas algebraiska, numeriska och grafiska metoder - de senare både utan och med hjälp av miniräknare och datorer.

Problemlösning, användning av matematiska modeller, kommunikation och matematikens idéhistoria är fyra viktiga aspekter av ämnet matematik som skall belysas i undervisningen.

Ämnet matematik i gymnasial utbildning behandlar följande kunskapsområden: aritmetik, geometri, trigonometri, sannolikhetslära, statistik, algebra, funktionslära, differential- och integralkalkyl. Vissa delar ingår redan i matematikkurserna för grundskolenivå och fördjupas sedan i de gymnasiala kurserna. Andra delar kräver sådana förkunskaper att de kan behandlas först inom senare gymnasiala kurser.

Ämnet matematik är i den gymnasiala utbildningen uppdelat i påbyggbara kurser: A, B, C, D och E.

Säkerställa likvärdig bedömning

För att säkerställa betygsättningen använder vi oss av skolverkets nationella prov. Några av dessa är frisläppta och kan därför användas för att diskutera proven i förhållande till kursplanerna 2000.

Ett flertal grupper med lärare och lärarutbildare är involverade i problemkonstruktion, utprovning och kravgränser av de nationellt fastställda kursproven.

Dessa personer är också med i diskussioner om poängsättning och helhetsbedömning.

Provens och bedömningsanvisningarnas utformning och innehåll bygger på utprovningar samt erfarenheter och synpunkter från lärarenkäter.

För att ytterligare säkerställa tolkningen av skolverkets nationella prov för vi en kontinuerlig dialog med Nils Ericsonsgymnasiets matematiklärare.